

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
INTRODUÇÃO À TEORIA DOS NÚMEROS - 2009.2
PROFESSOR: GIVALDO DE LIMA

2ª Lista de Exercícios

1. Construa a tábua da adição e da multiplicação para \mathbb{Z}_7 .
2. Mostre que se $a|(2x - 3y)$ e se $a|(4x - 5y)$, então $a|y$.
3. Determine os inteiros positivos que divididos por 17 deixam resto igual ao quadrado do quociente.
4. Mostre que a diferença entre os cubos de dois inteiros consecutivos nunca é divisível por 2.
5. Mostre que, se a é um inteiro qualquer, então um dos inteiros a , $a + 2$, $a + 4$ é divisível por 3.
6. Mostre que o produto de dois números inteiros ímpares é um número inteiro ímpar.
7. Mostre que todo inteiro ímpar, quadrado perfeito, é da forma $4n + 1$.
8. Para cada par de inteiros a e b a seguir, use o algoritmo da divisão para encontrar o quociente e o resto da divisão de a por b .
 - a) $a = 100$, $b = 3$.
 - b) $a = -134$, $b = 5$.
 - c) $a = -99$, $b = -2$.
 - d) $a = 0$, $b = 5$.
 - e) $a = 123$, $b = -7$.
9. Na divisão do inteiro $a = 427$ por um inteiro positivo b o quociente é 12 e o resto é r . Achar o divisor b e o resto r .
10. Na divisão de 392 por 45, determine:
 - a) o maior inteiro que se pode somar ao dividendo sem alterar o quociente.
 - b) o maior inteiro que se pode subtrair ao dividendo sem alterar o quociente.
11. Mostre que a diferença entre os quadrados de dois inteiros consecutivos é sempre um número ímpar.
12. Calcule o MDC e o MMC dos números abaixo:
 - a) 20 e 25
 - b) 89 e 98
 - c) 54 321 e 50
 - d) 186 e 1 232
13. Para cada par de inteiros a e b da questão anterior, determine inteiros x e y tais que $MDC(a, b) = a.x + b.y$.
14. Calcule o $mdc(n, n + 2)$, sendo n um número inteiro par.
15. O mdc de dois inteiros positivos é 10 e o maior deles é 120. Determine o outro inteiro.
16. Determinar os inteiros positivos a e b , sabendo que $a + b = 63$ e que o $mdc(a, b) = 9$.
17. Mostre que, se o $mdc(a, b) = 1$ e se o $mdc(a, c) = d$, então $mdc(a, bc) = d$.
18. Determine os inteiros positivos a e b , sabendo que $ab = 4\,032$ e que o $mmc(a, b) = 336$.
19. Sabendo que o $mdc(a, b) = 1$, mostre que $mdc(2a + b, a + 2b) = 1$ ou 3.
20. Sabendo que o $mdc(a, b) = 1$, mostre que $mdc(a + b, a^2 + b^2) = 1$ ou 2.

BOM DESEMPENHO!